

# 第 III 講 許容差設計と許容差の決め方

## 1. 許容差設計

### 1.1 訸容差設計の目的

パラメータ設計は低成本の部品を使って、S/N比で機能性や品質特性を改善する手法であるが、品質改善の目的はコスト改善であるから、品質とコストをバランスさせることが最も大切である。

そこで、パラメータ設計でS/N比を**6db**改善できれば、ばらつき（標準偏差や劣化係数）が**1/4の低成本部品や材料**を使っても、目的機能のばらつきは変わることになる。この場合、半分の**3db**を品質改善に、残り半分の**3db**を部品や材料コストの改善に回すことによって、**製品の品質は2倍に価格を半分**にすることができる。許容差設計は、「品質改善の成果をコスト改善に還元させる手法」である。

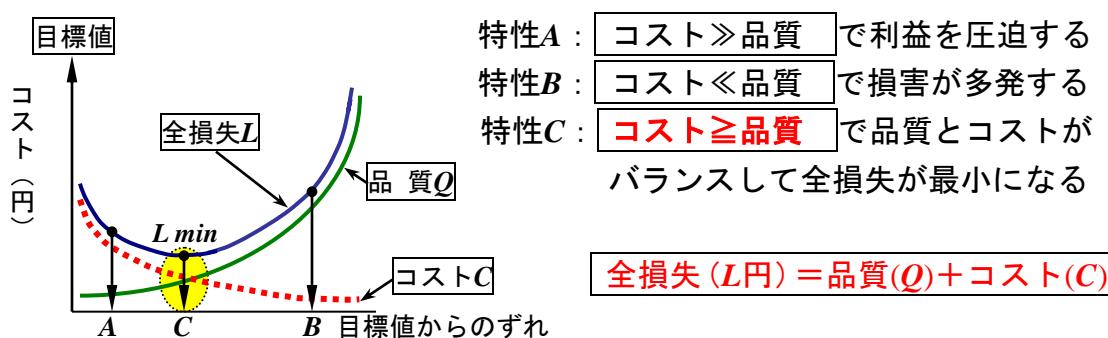


図 3.1 品質とコストの関係

### 1.2 許容差設計の説明

パラメータ設計では、図3.2と図3.3に示すように設計定数Aの非線形性を利用し、飽和領域を選ぶことにより、出力特性の安定化を図り、その後で、目標値mとの差dを設計定数Bで調整する。しかし、設計定数の値( $x_1$ と $x_2$ )がばらついたら出力特性もばらついてしまう。そこで、許容差設計では、設計定数と出力特性の関係を明らかにして、「**設計定数のばらつきの限度（許容差）**」を決めて図面やスペックを作成して、製造者へ伝達することが必要である。

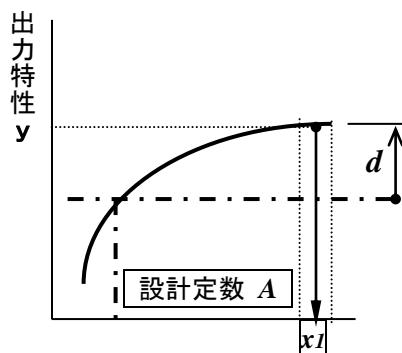


図 3.2 安定性を変える因子

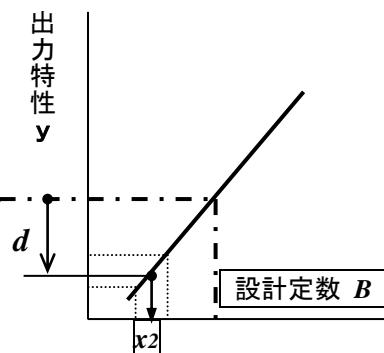


図 3.3 調整を行う因子

### 1.3 許容差設計の手順

あるOA機器メーカーで、読み取り装置の駆動に使われるプーリのコストダウンの要求が製造から出され、材質変更の検討をすることになった。

商品の画像品質は、プーリの外径寸法が $\pm 0.28mm$ ずれたら画像に伸びがでて駄目になり、そのとき市場におけるお客様の修理費用は4万円位かかることが分かっている。そこで、次のようなステップで許容差設計を行い、品質損失と部品コストがバランスするように最適な材料を選択する。

#### ステップ1 グレードの選択

部品の精度（等級）や材料の種類など許容差のグレードを決めるものをリストアップする。

材質	許容差(mm)	コスト(円)
プラスチックA	0.15	200
プラスチックB	0.10	300
アルミニウムA	0.05	600
アルミニウムB	0.01	1000

表 3.1 材料の種類のリスト

#### ステップ2 損失関数Lの選定

部品の特性や組立品の品質特性から「損失関数」を決定する。

望目特性  $L = k(y - m)^2$  沢山の試料の場合は  $L = k\sigma^2$  を用いる。

望小特性  $L = ky^2$

望大特性  $L = k / y^2$

ステップ1の材料や抵抗の選択の場合、望目特性の損失関数を用いる。

表 3.1の材料の規格（許容差） $\Delta = 0.15$ の場合、標準偏差 $\sigma = \Delta / 3 = 0.05$ とする。

#### ステップ3 機能限界 $A_0$ と損失 $A_0$ の決定

「機能限界 $A_0$ 」は、顧客の半分の人が機能を果たさなくなると感じる限界で、この限界は LD50（生と死が50対50）の値で決める。もし、顧客にはらつきがなければ、この値ですべて機能しなくなる点ともいえる。

この問題では、 $A_0 = 0.28mm$ である。また、「損失 $A_0$ 」は、この機能限界を越えたときの市場での損失の平均値（機能が復帰するのに必要な修理費などで代用する）を求める。この問題では、 $A_0 = 40,000$ 円である。

#### ステップ4 比例定数kの計算

望目特性と望小特性は  $k = A_0 / \Delta_0^2$ , 望大特性は  $k = A_0 \Delta_0^2$  で求める。

この問題では,  $k = 40,000 / 0.28^2 = 510,204$  (円/mm<sup>2</sup>) である。

#### ステップ5 部品コストA<sub>0</sub>と損失コストLの計算

部品の各許容差ごとに, 部品コストAと損失関数を使った損失コストLを計算する。表3.2のように, 計算結果をまとめると。

#### ステップ6 総合コスト L の計算

部品コストAと損失コストLを加えた総合コストL<sub>T</sub>を計算する。

材質	許容差	部品コスト	損失コスト	総合コスト
プラスチックA	0.15	200	1275.5	1475.5
プラスチックB	0.10	300	566.9	866.9
アルミニウムA	0.05	600	141.7	741.7
アルミニウムB	0.01	1000	5.7	1005.7

表 3.2 品質とコストのバランスの計算

#### ステップ7 総合コストが最少のグレードの選定

総合コストが最少のグレードを選定する。

この問題では, アルミニウムAが総合コストが最少であるから, アルミニウムAを選定する。最初は, アルミニウムBを選んでいたから, 年間10万台造る予定として, たった一部品だけで  $(1005.7 - 741.7) \times 100,000 = 2640$  万円の合理化ができることになる。

### 1.4 組立品の許容差設計

組立品の許容差設計は, 部品特性xの出力yに対する影響度の関係を, 一つ一つの部品について調べればよい。A部品の特性x<sub>A</sub> のばらつきは, その中心値(要因の目標値)m<sub>A</sub>の付近では微小であり, yの目標値m<sub>y</sub>の付近では特性x<sub>A</sub>と直線関係がある。その影響度をaとすると, yとx<sub>A</sub> の関係は次のようになる。

(このような解析を「応答解析」と呼んでいる。)

$$y - m_y = a(x_A - m_A)$$

望目特性の出力yの損失関数L(y)と部品の特性x<sub>A</sub>に関する損失関数L(x<sub>A</sub>)は

$$L(y) = \frac{A_0}{\Delta_0^2} (y - m_y)^2 \quad L(x_A) = \frac{A_0}{\Delta_0^2} a^2 (x_A - m_A)^2$$

となり, これらの損失関数を用いて損失コストを計算できる。

問題：ある電源回路の出力電圧の機能限界が25Vで、その限界を越えたときの電源ボードの修理費が2万円である。出力に対する抵抗Aの影響度  $a$ が0.72(V%)で、抵抗Aの許容差のグレードが10%, 5%, 2%, 1%であるとき、これらの中から最適なものを選定せよ。ただし、それぞれの部品コストは下表の通りである。

出力電圧yの損失関数の比例定数kは

$$k = 20,000 / 25^2 = 32 (\text{円}/\text{V})$$

抵抗Aの抵抗値xの損失関数の比例定数k'は

$$k' = 32 \times 0.72^2 = 16.59 (\text{円}/\%)$$

であるから、抵抗Aの損失コスト  $L(x_A)$ は

$$L(x_A) = 16.59 \times (\text{許容差}/3)^2$$

ここで、許容差が10%であれば標準偏差は3.33%とする。

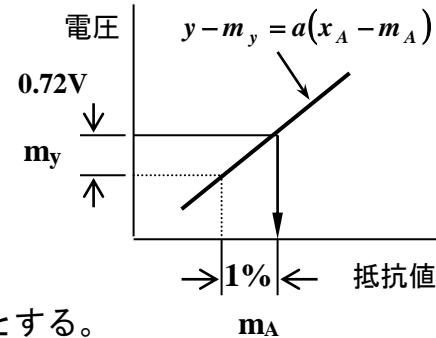


図 3.4 電圧と抵抗値の関係

許容差(%)	部品コスト (円)	損失コスト (円)	総合コスト (円)
±10	1	184.3	185.3
±5	2	46.1	48.1
±2	7	7.4	14.4
±1	10	1.8	11.8

表 3.4 コストバランスの計算

総合コストは、許容差が1%の精度のものが最も安いことになる。10%のものは部品が安く、一見するとコストダウンで儲かりそうに見えるが、市場で損失が増大して、逆に信用を失うことになる。**2%のものは部品コストと損失コストがバランスしており、会社もお客様も両方に利益がでることになる**

## 2. 許容差の決め方

許容差設計は部品の交差を決めるために行うものである。許容差設計では、部品コストと品質コストがバランスするように許容差を決めてきた。したがって、「部品コストが決まらないと許容差は決められない」ことになる。逆にいえば、部品が決まれば品質の良否を判定する許容差が決定する。

例えば、プーリーの事例（表 3.3）で許容差設計を行わず、プラスチックで造ってしまった場合の許容差を計算すると

$$\Delta = \sqrt{\frac{A}{A_0}} \Delta_0 = \sqrt{\frac{200}{40,000}} \times 0.28 = 0.02 \text{mm}$$

となり、工程能力の許容差0.15に対して厳しい公差となり、不良の山を築くことになる。したがって、**許容差を決める前に、総合コストを最小にする許容差設計を行う必要がある。**

この事例では、アルミニウムAの許容差0.05のものがよいことになる。

## 2.1 安全係数の決め方

安全係数は強度設計を行う時に使用される。部品が破壊しないように、材料などの破壊応力に対して、その部品に生じる応力が少なくなるように設計する。

破壊応力に対する余裕度を「**安全係数**」と呼んでいる。

望目特性や望小特性の安全係数Φ

$$\Phi = \sqrt{\frac{A_0}{A}}$$

$A_0$  : 機能限界 $A_0$ を越えた時の市場での損失

$A$  : 部品が製造で不良になった時の損失（部品の手直しや廃棄コスト）

これは、望大特性にも同じように適用できる。損失関数がそれぞれ異なるので、許容差は以下のようになる。

$$\text{望目特性と望小特性の許容差は} \quad \Delta = \frac{A_0}{\Phi}$$

$$\text{望大特性の許容差は} \quad \Delta = \Phi A_0$$

## 2.2 組立品の許容差の決め方

組み立て品の許容差の決め方は、まず機能限界 $A_0$ から出力特性の許容差 $\Delta_y$ を求め、グラフが直交多項式を使って、部品の許容差 $\Delta_A$ を次のように求める。

ここで大切なことは、部品の許容差は出力特性と一対一で**影響度**を加味して、個別に求めることである。

直交多項式

$$y = m_y + a(x_A - m_A) + b(x_B - m_B) + \dots$$

$$\text{安全係数} \quad \Phi = \sqrt{\frac{A_0}{A}}$$

$$\text{出力特性の許容差} \quad \Delta_y = \frac{A_0}{\Phi}$$

$$\text{A部品の許容差} \quad \Delta_A = \frac{\Delta_y}{a} = \frac{A_0}{a\Phi}$$

$$\text{B部品の許容差} \quad \Delta_B = \frac{\Delta_y}{b} = \frac{A_0}{b\Phi}$$

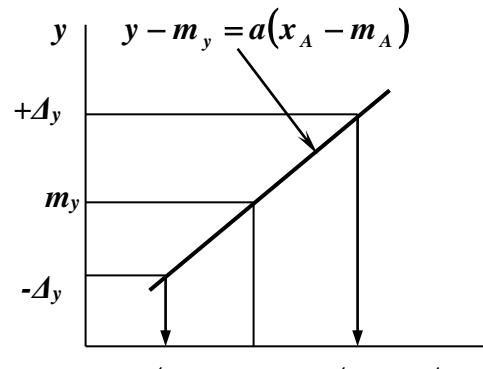


図 4.6 因子Aと出力yの許容差の関係

表 3.4の電源回路の場合、許容差が1%のものを選定したが部品コストが10円で、機能限界が25Vになったときの損失は20,000円であるから、部品コストとバランスする損失コストから抵抗の安全係数Φと許容差 $\Delta_y, \Delta_A$ を求める

$$\text{なる。} \quad \Phi = \sqrt{\frac{20,000}{10}} = 44.7 \quad \Delta_y = \frac{25}{44.7} = 0.56 \text{ V}$$

$$\Delta_A = \frac{25}{0.72 \times 44.7} = 0.77\%$$

抵抗の許容差としては約3倍の2%の精度のものを使えばよいことになる。

同様にして、部品Bの許容差 $\Delta_B$ を決めることがある。

また、生産者と組立者のように、上位特性と下位特性の許容差の決め方も同じように行なうことが大切である。

### 応答解析（理論式がある場合）

出力特性に沢山の制御因子が関係している場合、直交表に制御因子を割り付けて分散分析を行い、出力特性  $y$  と部品などの制御因子 ( $A, B, C \dots$ ) との関係を求める方法である。

$$y = f(A, B, C \dots)$$

ここで説明する事例は、図 3.5 の電源回路において AC100V の入力に対して、目標出力電圧は DC220V で、この値に効率よく調整するための回路定数の許容差設計を行うことである。

そこで、「応答解析による許容差設計」を下記の手順に基づいて行う。

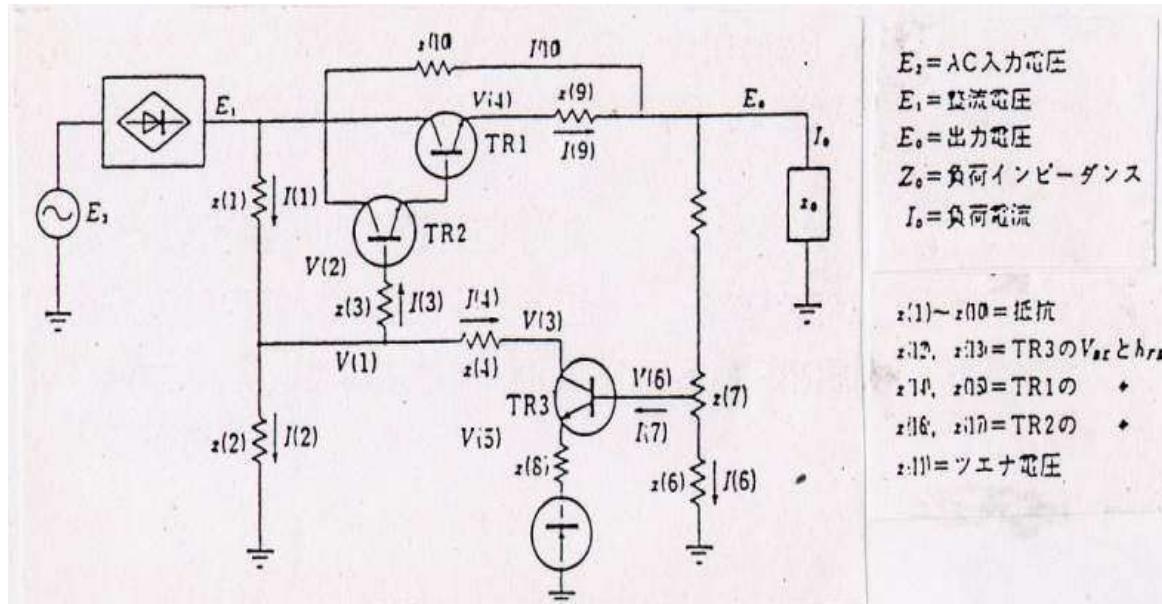


図 3.5 電源回路

図 3.5 の電源回路の出力電圧  $E_o$  は、回路定数によって次式で与えられる。

$$E_0 = \frac{\left[ a \times \frac{b}{z(10)} \right] \times (1.38 \times 100 - 1.33) + d \times (c + e) \times \frac{g}{f} - h}{1 + d \times \frac{e}{f} + b \times \left[ \frac{1}{z(10)} + \frac{0.6}{100} + \frac{13.67}{z(10)} \times \frac{0.6}{100} \right] + a \times 13.67 \times \frac{0.6}{100}}$$

ここで、 $z(12)=0.6V$ ,  $h=z(14)+z(16)=1.2V$  は固定

$$a = \frac{z(2)}{z(1)+z(2)}$$

$$b = \frac{1}{z(15) \times z(17)} \times \left[ \frac{z(1) \times z(2)}{z(1)+z(2)} + z(3) \right] + z(9)$$

$$c = z(5) + z(7) \times 0.5$$

$$d = \frac{z(1) \times z(2)}{z(1)+z(2)} \times z(13)$$

$$e = z(6) + z(7) \times 0.5$$

$$f = (c + e) \times [1 + z(13)] \times z(8) + c \times e$$

$$g = z(8) + 0.6$$

$$h = 1.2V \text{ (固定)}$$

$$\frac{E_2}{I_0} = \frac{100}{0.6} \text{ (固定)}$$

である。

いま、出力電圧を $y=E_0$ 、回路定数を $A=z(1), B=z(2), C=z(3), D=z(4), E=z(5), F=z(6), G=z(7), H=z(8), I=z(9), J=z(10), K=z(13), L=z(15), M=z(17)$ で示せば、 $y$ は $A, B, \dots, M$ の有理関数である。この応答解析では、複雑な関数関係で変数の値が少し変化したとき、出力 $y$ の平均値やばらつきがどれくらい変化するかを見通すことができる。

### (1) 設計定数のばらつき範囲を明確にする。

パラメータ設計で各部品の最適な中心値が決まった後で、許容差設計におけるばらつきは、許容差 $\Delta$ を $3\sigma$ として、次のような3水準を作ると、市場における誤差を正しく推定することができる。

$$A_1 = A \text{ の中心値} - 1.22\sigma$$

$$A_2 = A \text{ の中心値}$$

$$A_3 = A \text{ の中心値} + 1.22\sigma$$

(但し、2水準の場合には、ばらつき範囲を $\pm\sigma$ とする。)

例えば、8200の抵抗で許容差が10%であれば、は3.33%になるから抵抗のばらつき範囲は

$$A_1 = 8200 - 333.5\Omega$$

$$A_2 = 8200\Omega$$

$$A_3 = 8200 + 333.5\Omega$$

になる。同様にして、その他の回路定数のばらつき範囲の3水準を設定する。

(2) 設計定数を直交表にわりつけて、各行ごとに出力を計算する。

例えば、13個の部品であれば、L36の直交表を使い、表 3.5のようにわりつける。

この36通りの関係式の組合せごとに水準値を代入して、出力特性yを計算する。

列 行	A B C D E F G H I J K L M	計算値
1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	$y_1 = 180.9$
2	2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1	$y_2 = 228.2$
3	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1	$y_3 = 259.8$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
34	1 3 1 2 3 2 3 1 2 2 3 1 3	$y_{34} = 227.7$
35	2 1 2 3 1 3 1 2 3 3 1 2 3	$y_{35} = 175.5$
36	3 2 3 1 2 1 2 3 1 1 1 2 3	$y_{36} = 266.5$

$y=f(ABC...KLM)$ の関係式  
にはばらつきの水準を代入して  $y_1, y_2, y_3...$ を求める。

目標値は  $220V$  であるが、  
この実験の平均値は  
 $\bar{y} = 220.92V$   
であるが、目標値に近いので調整しない。

表 3.5 L36直交表への割付と計算値

(3) 因子ごとに平均値を求める。

$$\bar{y}_{A1} = \frac{A_1 \text{の出力の和}}{12} = \frac{y_1 + y_4 + \dots + y_{34}}{12} = \frac{2536.3}{12} = 211.4$$

$$\bar{y}_{A2} = \frac{A_2 \text{の出力の和}}{12} = \frac{y_2 + y_5 + \dots + y_{35}}{12} = \frac{2662.4}{12} = 221.9$$

$$\bar{y}_{A3} = \frac{A_3 \text{の出力の和}}{12} = \frac{y_3 + y_6 + \dots + y_{36}}{12} = \frac{2754.5}{12} = 229.5$$

(4) 部品Aの出力  $y$ への影響度を求めて、平均値を目標値に調整する。

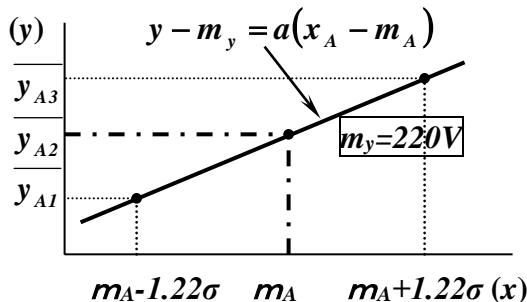


図 3.6 出力と因子との関係

グラフからも影響度（傾き）を求められるが、「直交多項式」を用いても解析することができる。詳細は「実験計画法 上巻」（丸善）の48,135頁を参照のこと  
直交多項式では

$$y = m_y + a_0(x_A - m_A) + a_1 \left[ (x_A - m_A)^2 - \frac{k^2 - 1}{12} h_A^2 \right] + \dots$$

影響度（傾き） $a_0$  は

$$a_0 = \frac{-y_{A_1} + y_{A_3}}{2h} = \frac{-211.4 + 229.5}{2 \times 333.5} = 0.027$$

$h$ ：水準の間隔 ( $1.22\sigma$ )       $h = 1.22\sigma = 1.22 \times (820/3) = 333.5$

同様にして、その他の部品についても「影響度」を調べて、直交多項式を次のように求める。今回は、2次項以上は省略した。

$$y = m_y + a(x_A - m_A) + b(x_B - m_B) + \dots = 220.92 + 0.027(x_A - 8200) + \dots$$

上式で因子の水準を変えて、 $y$ の平均値(220.92V)を目標値(220V)に近づけることは容易である。

(5) 部品のばらつきから出力のばらつきを求める。

次に、各部品のばらつきの出力特性への影響を調べて、図面やスペックの許容差を決めるために、表 3.5のデータに基づいて分散分析を行い、変動の分解から「寄与率」を求めて、出力特性のばらつきを推定する。目標値 $m$ を220Vとする

$$\text{平均値の変動(修正項)} \quad CF = \frac{(\sum y_i)^2}{36} = \frac{7953.2^2}{36} = 1757038.62$$

誤差変動(全変動から平均値の変動を除いた変動)

$$S_T' = \sum y_i^2 - CF = (180.9^2 + 228.2^2 + \dots + 266.5^2) - 1757038.62 = 31554.46 \quad (f=35)$$

平均値を目標値に調整しても多少の誤差があるから、平均値の目標値からのずれの変動は

$$S_m = \frac{(\sum y_i - 36 \times 220)^2}{36} = \frac{(7953.2 - 36 \times 220)^2}{36} = 30.6 \quad (f=1)$$

誤差分散（目標値に調整後の出力のばらつき）

$$V_e = \frac{S_T'}{35} = 901.56$$

これから、標準偏差 $\sigma_e$ を求めて出力のばらつき範囲を計算すると

$$y \pm 3\sigma_e = 220 + 3 \times \sqrt{901.56} = 220 \pm 90.4V$$

この場合、ばらつきが大きい場合には因子ごとの変動を求めて、寄与率を用いて品質損失と部品コストとバランスを図って、出力のばらつきを調整することになる。

因子Aの変動

$$S_A = \frac{\sum y_{A_1}^2}{12} - CF = \frac{(2536.3^2 + 2662.4^2 + 2754.5^2)}{12} - 1757038.62 = 1999.86$$

同様にして、各因子の変動を求めて、表 3.6の分散分析表にまとめる。

要 因	f	S	V	S'	p(%)
(m)	( 1 )	(30.62)		(20.64)	(0.07)
A	2	1999.86		1979.90	6.27
B	2	16.85	●		
C	2	3.06	●		
D	2	35.05	●		
E	2	933.06		913.10	2.89
F	2	1834.24		1814.28	5.75
G	2	128.34		108.38	0.34
H	2	3300.52		3280.56	10.40
I	2	2204.85		2184.89	6.92
J	2	277.58		257.62	0.82
K	2	20686.34		20666.38	65.49
L	2	3.73	●		
M	2	10.67	●		
e	9	120.31	15.04		
•印フ' - ル(e)	(19)	( 189.67 )	( 9.98 )	( 359.33 )	( 1.14 )
T	35	31554.46	901.56	31554.46	100.0

表 3.6 分散分析表

表 3.6で、「寄与率」を求めるためには、各因子の「純変動」を求める。

因子 Aの「純変動」  $S_A' = S_A - A \text{ の自由度}(f_A) \times V_e = 1999.86 - 2 \times 9.98 = 1979.9$

誤差項の「純変動」  $S_e' = S_e + \text{プールしない因子の自由度の和}(f_m + f_A + f_E + f_F + f_G + f_H + f_I + f_J + f_K) \times V_e = 189.67 + 17 \times 9.98 = 359.33$

寄与率の計算は、各因子の純変動と全変動の比で求める。

$$\text{因子の寄与率} \quad \rho_A = \frac{S_A'}{S_T} = \frac{1979.90}{31554.46} = 6.27\%$$

$$\text{誤差項の寄与率} \quad \rho_e = \frac{S_e'}{S_T} = \frac{359.33}{31554.46} = 1.14\%$$

同様にして、有意差のあるプールしない因子の寄与率を求めて表 3.6の分散分析表を作成する。そこで、寄与率の大きい因子を用いて、改善後の出力のばらつき  $V_y$  を推定する。

$$V_y = V_0 \left( \rho_A \times \lambda_A^2 + \rho_B \times \lambda_B^2 + \dots + \rho_e \right)$$

上式において、現状のばらつきは  $V_0 = 901.56$  であり、寄与率の最も高い因子 K(Tr素子)のばらつき幅を1/5に、他の7因子のばらつき幅を1/2に抑えると

$$\lambda_K = 1/5, \quad \lambda_A = \lambda_E = \lambda_F = \lambda_G = \lambda_H = \lambda_I = \lambda_J = 1/2$$

となるから、新しい改善後のばらつきは

$$V_y = 901.56 (0.0627 \times 1/4 + 0.0289 \times 1/4 + 0.0575 \times 1/4 + 0.0034 \times 1/4 + 0.1040 \times 1/4 + 0.0692 \times 1/4 + 0.0082 \times 1/4 + 0.6549 \times 1/25 + 0.0114) = 109.15$$

したがって、ばらつきは約 1/8 に小さくできる。

ここで、寄与率の低いGやJの因子は現状のものを使用しても、改善後のばらつきは  $V_y = 901.56 \times 0.1238 = 111.61$  であり、改善の効果は小さいので部品コストとのバランスを考えて、現状品を使うほうがよい。

### 3. 安全設計の考え方

事例：1988.1.5東京のあるディスコで、 $1.6\text{tf}$ の重量の照明器具が落ちて3名の青年が死亡、数人が怪我をした。装置は6本のワイヤーで吊り下げられ、自由に伸びるようになっていた。事故は上下に動かすチェーンが切れて落下したのである。

チェーンの引張強さは $3.2\text{tf}/\text{本}$ で、価格は15万円であり、2本のチェーンを用いていた。安全設計をした場合としない場合の品質評価をしてみる。

望大特性であるので、損失関数は  $L = A_0 \Delta_0^2 / y^2$  を適用する。

ステップ	安全設計なし		安全設計あり	
1.パラメータを求める	人命の損失を1.55億円とし、照明装置の下にいる人数を6人とすれば、機能限界 $\Delta_0 = 1.6\text{tf}$ を越えた時の損失は $A_0 = 1.55 \times 6 = 9.3$ 億円となる。		安全設計として、ワイヤーの長さを短くして、チェーンが切れても装置が人間の頭上で止まるようにする。この場合の $A_0$ は修理費用などで200万円で済む。	
2.品質水準を求める。	$L = 93000 \times 1.6^2 / y^2$ (万円)		$L = 200 \times 1.6^2 / y^2$ (万円)	
3.損失とチェーン価格の合計が、最小になる本数が最適設計(2本が最適解)	チェーン本数	価格C(万円)	安全設計なし	安全設計あり
	1	15	品質損失Q(万円)	合計L(万円)
			23250	23265
	2	30	5812	5842
	3	45	2583	2628
	6	90	646	736
	9	135	287	422
	15	226	103	328
	16	240	91	331
	17	255	80	335

安全設計がない場合、チェーン本数は15本が最適解で20倍の安全係数が必要であるが、安全設計がある場合には、2本が最適解で2.6倍の安全係数があればよいことになる。その時の引張強度の規格は  $\Delta = \sqrt{200 / 30} \times 1.6 = 4.1\text{tf}$  であり、実際の強度は  $6.4\text{tf}$  であるから、十分な安全設計が行われたことになる。

今回の事例は、安全設計をしなかった「システム設計」の誤りと、安全設計をしていないのに、十分な安全係数をとる「許容差設計」をしていなかった2重の誤りによる事故である。

安全設計とは、信頼性設計(パラメータ設計)に頼るのでなく、事故が起きたときに被害を最小にする設計である。